ACTA
Vol. V - N. 10

SUL METODO DI ELIMINAZIONE NELLA COSTRUZIONE DEI NUMERI INDICI DEI PREZZI (*)

ALBINO UGGÉ

SVMMARIVM. — Triplex condicio cui satisfacere debent numeri indices, qui cum eliminationis ratione congruant, nonnisi una esse demonstratur.

È stato dimostrato che le consuete formule basate sul principio della *popolazione tipo*, usate, fra l'altro, nella costruzione degli indici del costo della vita a consumi immutati, non rispondono alle condizioni cui dovrebbero soddisfare indici in rigoroso accordo con le esigenze logiche del *metodo di eliminazione*.

Il prof. GINI nel suo ampio e penetrante saggio sui numeri indici dei prezzi, che rappresenta un fondamentale contributo, non ancora superato, allo studio del complesso argomento, ha messo in evidenza tre condizioni richieste dalla logica del metodo di eliminazione (1).

I. Dovrebbe sussistere equivalenza fra l'indice che esprime l'influenza delle variazioni del fattore p (prezzi) sulle variazioni globali della somma $|PQ|$, passando dalla situazione O alla situazione x, elimi-

(*) Nota presentata dall'Accademico Pontificio Marcello Boldrini, nella Tornata dell'8 giugno 1941.

(1) C. GINI, *Quelques considerations au sujet de la construction des nombres indices des prix et des questions analogues. Contribution a l'étude des metodes d'élimination.* «Metron», vol. IV, n. 1, in particolare pag. 95 e seg. Cfr. pure C. GINI, *Methods of eliminating the influence of serveral groups of factors*, «Econometrica», vol. 5, n. 1, pag. 56.

nati gli effetti delle variazioni dell'altro fattore q (quantità), supposto inalterato nella situazione iniziale, e l'indice che misura l'influenza delle stesse variazioni di p, qualora si supponga, invece il fattore q conservi i valori assunti sulla configurazione finale. In altre parole, dovrebbe sussistere equivalenza fra l'indice così detto di LASPEYRE,

$$
{}_0\mathrm{P}_x = \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{0k}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}}
$$

e l'indice, così detto, di PAASCHE,

$$
{}_0\mathrm{P}'_x = \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{xk}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{xk}}
$$

ottenuti, il primo con ponderazione formata dai valori di q nella situazione O, il secondo con pesi costituiti dai valori di q nella situazione x.

L'eguaglianza fra i due indici è subordinata al verificarsi di certe condizioni. Occorre che sia nulla la correlazione fra la serie dei valori $\frac{p_{xk}}{p_{0k}}$ e quella corrispondente dei valori $\frac{q_{xk}}{q_{0k}}$.

Nel campo degli indici dei prezzi ciò significa che la variazione relativa delle quantità consumate (o vendute o prodotte) deve essere indifferente alla variazione relativa dei prezzi. In altre parole, le merci i cui prezzi hanno variato, in via relativa, di più non debbono sistematicamente presentare le più sensibili variazioni relative delle rispettive quantità consumate e le merci che hanno subìta variazione meno marcata nei prezzi non debbono di regola coincidere con quelle caratterizzate da minore variazione relativa delle quantità o viceversa [1].

II. L'indice che misura l'influenza delle variazioni del fattore p dalla situazione O alla situazione x dovrebbe risultare il reciproco del-

---

(1) Non basta, per escludere che, in pratica, nel caso concreto, la correlazione fra i valori $\frac{p_{xk}}{p_{0k}}$ ed i corrispondenti valori $\frac{q_{xk}}{q_{0k}}$ possa riuscire nulla e per legittimare la presunzione che essa debba esser negativa, invocare la nota re-

l'indice che serve a segnare le variazioni della situazione x alla situazione O: cioè ${}_0P_x = 1 : {}_xP_0$ (condizioni di reversibilità).

III. Applicando alla somma dei valori nella situazione O, cioè a $|P_0 Q_0|$, i coefficienti ${}_0P_x$ e ${}_0Q_x$, relativi, il primo alla variazione considerata come effetto del movimento del fattore p, il secondo, alla variazione determinata dal movimento del fattore q, si dovrebbe ottenere il valore della somma totale nella situazione x. Vale a dire: $|P_0 Q_0| \cdot {}_0P_x \cdot {}_0Q_x = |P_x Q_x|$ (condizione di decomposizione delle cause).

Ora, è facile mostrare che, se si verifica la condizione 1 (equivalenza fra i risultati ottenuti con la formula di Laspeyre e quelli forniti dalla formula di Paasche) si verificano anche le altre due condizioni: di reversibilità e di decomposizione delle cause.

Con la formula di Laspeyre, gli indici che misurano la variazione da O a x e la variazione da x a O sono rispettivamente:

$$ {}_0P_x = \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{0k}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}} \quad \text{e} \quad {}_xP_0 = \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{xk}}{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{xk}} \,. $$

lazione inversa – pur ammesso che essa valga anche per variazioni legate al tempo – fra variazioni dei prezzi e variazioni della domanda dei beni. Infatti: il segno della correlazione dipende dalla concordanza o discordanza di segno dei componenti le coppie di scarti della sommatoria

$$ \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{p_{xk}}{p_{0k}} - M\left(\frac{p_{xk}}{p_{0k}}\right)\right]\left[\frac{q_{xk}}{q_{0k}} - M\left(\frac{q_{xk}}{q_{0k}}\right)\right] \text{ – in cui } M\left(\frac{p_{xk}}{p_{0k}}\right) \text{ e } M\left(\frac{q_{xk}}{q_{0k}}\right) $$

rappresentano le medie aritmetiche delle due serie di rapporti – che compare al numeratore della formula del coefficiente di correlazione.

Si faccia, per esempio, l'ipotesi che tutti i rapporti $\frac{p_{xk}}{p_{0k}}$ siano >1 e tutti i corrispondenti rapporti $\frac{q_{xk}}{q_{0k}}$ siano <1 o viceversa, ipotesi che rispetta la condizione della relazione inversa fra movimento dei prezzi e movimento delle domande.

La sommatoria non riuscirà, per questo, necessariamente negativa, ma, come è evidente, potrà risultare anche positiva o nulla, a seconda del comportamento degli scarti associati. Così se ai più piccoli valori dei rapporti inferiori alla unità – che misurano, quindi, le variazioni, nel senso della diminuzione, relativamente più cospicue – si accompagnano i più piccoli valori dei corrispondenti rapporti superiori all'unità – che, invece, indicano le variazioni meno sensibili, nel senso dell'aumento – ed ai più elevati valori della prima successione – variazioni più modeste – sono accoppiati i più elevati valori della seconda – variazioni più elevate –, la correlazione riuscirà positiva, poichè gli scarti associati riceveranno lo stesso segno ed i prodotti risulteranno positivi.

Con la formula di PAASCHE la misura delle variazioni da x a 0 è data da

$$ {}_{x}P'_{0} = \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}}{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{0k}} . $$

Se fosse vera la eguaglianza

$$ {}_{x}P_{0} = {}_{x}P'_{0} , \quad \text{cioè} \quad \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{xk}}{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{xk}} = \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}}{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{0k}} , $$

evidentemente sarebbe anche

$$ {}_{0}P_{x} = \frac{1}{{}_{x}P_{0}} , \quad \text{poichè} \quad \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{0k}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}} = 1 : \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}}{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{0k}} , $$

cioè resterebbe soddisfatta la condizione di reversibilità.

In modo analogo, sostituendo a:

$$ {}_{0}P_{h} = \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{0k}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}} $$

il suo presunto equivalente:

$$ {}_{0}P'_{x} = \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{xk}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{xk}} $$

si otterrebbe:

$$\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{0k}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{xk}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}} =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} p_0\, q_0 \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{xk}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{xk}} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{xk}}{\sum_{k=1}^{n} p_{0k}\, q_{0k}} = \sum_{k=1}^{n} p_{xk}\, q_{xk}$$

e si dimostrerebbe soddisfatta anche la terza condizione, di decomposizione delle cause.

Il ragionamento fatto in termini degli indici P (misure delle variazioni imputabili ai prezzi, eliminata l'influenza delle variazioni nelle quantità) si può ripetere in termini degli indici Q (misura delle variazioni dipendenti dalle quantità, eliminati gli effetti delle variazioni dei prezzi) giungendo a conclusioni analoghe.