

SUR UNE PROPRIÉTÉ DES ENSEMBLES ORDONNÉS (*)

W. STERPIŃSKI

SUMMARY. — A. investigat in quo ordinati statutae potentiae complexus cum transfinitis successionebus conveniant.

M. F. HAUSDORFF a démontré que tout ensemble ordonné peut être représenté comme une puissance à base 3. Je dis qu'on peut y remplacer le nombre 3 par le nombre 2, notamment *tout ensemble ordonné est semblable à un ensemble de suites transfinies formées de nombres 0 et 1 et ordonnées d'après le principe de premières différences*. Plus précisément, on a ces théorèmes :

1) *ν étant un nombre ordinal quelconque, tout ensemble ordonné de puissance \aleph_ν est semblable à un ensemble de suites transfinies de type ω_ν formées de nombres 0 et 1 et ordonnées d'après le principe de premières différences.*

2) *Dans le théorème 1 le nombre ω_ν ne peut pas être remplacé par un nombre ordinal (transfini) plus petit.*

La démonstration de ces théorèmes est basée sur deux lemmes concernant les suites transfinies dyadiques qui par eux-mêmes présentent quelque intérêt.

Soit \mathfrak{S} un nombre ordinal transfini quelconque, et soit $U_{\mathfrak{S}}$ l'ensemble de toutes les suites transfinies de type \mathfrak{S} formées de nombres 0 et 1 et ordonnées d'après le principe de premières différences.

(*) Nota presentata dall'Accademico Pontificio G. Armellini il 5 maggio 1940.

Lemme 1. – L'ensemble U_3 est dépourvu de lacunes.

Lemme 2. – L'ensemble U_3 ne contient aucun sous-ensemble bien ordonné (dans U_3) de puissance $> \bar{3}$.

Les démonstrations de ces théorèmes (et quelques autres encore) paraîtront dans mon mémoire sous le même titre dans le journal *Fundamenta Mathematicae*.