

## NUOVA ORBITA DEL PIANETA 747 WINCHESTER E PERTURBAZIONI SPECIALI DI GIOVE DAL 1929 AL 1940 (\*)

MASSIMO CIMINO

SUMMARY. — Planetæ 747 Winchester novus cursus computatur, ex huius planetæ septem oppositionibus inter annos 1929 et 1939 observatis, ratione habita specialium Jovis perturbationum, quæ ratione proxime ad verum accedenti supputatæ sunt. Cursus medius, ita determinatus, sufficit ut exprimentur observationes planetæ per 10-20 annos proxime obventuros.

1. — Il calcolo di una nuova orbita del Pianeta 747 *Winchester*, assieme a quello delle perturbazioni speciali approssimate di Giove dal 1929 al 1940, mi è stato cortesemente proposto dal prof. G. STRACKE<sup>(1)</sup> dell'Astronomisches Rechen-Institut di Berlino; egli stesso mi ha fornito le seguenti osservazioni sul Pianeta in sette diverse opposizioni tra il 1929 e il 1940, da servire come base per la ricerca.

TABELLA I.

N.	Luogo	Data (T. U.)	$\alpha$	$\delta$	Equinozio
1	Bergedorf	1929 Aprile 18.0	13 <sup>h</sup> 1 <sup>m</sup> .2	+ 16° 38'	1929.0
2	Simeis	1931 Luglio 16.0	18 <sup>h</sup> 56 <sup>m</sup> .6	- 11° 18'	1925.0
3	Algeri	1932 Dicembre 30.0	5 <sup>h</sup> 26 <sup>m</sup> .1	+ 0° 41'	1932.0
4	Barcelona	1934 Marzo 20.0	12 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> .1	+ 17° 0'	1934.0
5	Budapest	1935 Aprile 30.0	15 <sup>h</sup> 28 <sup>m</sup> .9	+ 5° 34'	1935.0
6	Madrid	1936 Giugno 11.0	18 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup> .2	- 7° 4'	1936.0
7	Simeis	1939 Marzo 27.0	11 <sup>h</sup> 31 <sup>m</sup> .8	+ 21° 11'	1950.0

(\*) Nota presentata dall'Accademico Pontificio G. Armellini il 18 febbraio 1940.

Lavoro eseguito nell'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, a cura del R. Osservatorio Astronomico di Roma su Monte Mario.

(<sup>1</sup>) Mi è grato porgere al prof. G. STRACKE i miei più vivi ringraziamenti per l'interessamento dimostrato al mio lavoro.

L'ultima orbita conosciuta del Pianeta è quella che il GEBERT <sup>(1)</sup> ha calcolato basandosi su osservazioni eseguite tra gli anni 1913-1928, e tenendo conto delle perturbazioni approssimate di Giove; il massimo scarto ( $o - c =$  posizione osservata meno posizione calcolata) in ascensione retta risultò di  $\pm 0^m.7$ . Gli elementi ottenuti dal GEBERT, *osculatori al 1929 Aprile 22.0*, sono i seguenti:

$$\begin{array}{l}
 \text{Epoca ed osculazione: } 1929 \text{ Aprile } 22.0 \text{ T. U.} \\
 [1] \quad \left. \begin{array}{ll} M_0 = 125^\circ.322 & \omega = 272^\circ.626 \\ \varphi = 20^\circ.029 & \Omega = 131^\circ.994 \\ \mu = 682''.931 & i = 18^\circ.112 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Eclittica} \\ 1950.0 \end{array} \\
 a = 2.9998
 \end{array}$$

Con questi elementi, e senza tener conto delle perturbazioni, le osservazioni della tabella I sono così rappresentate:

TABELLA II.

N.	1	2	3	4	5	6	7
$\cos \delta \cdot \Delta \alpha$	- 0°.09	+ 0°.10	- 0°.70	- 0°.32	- 0°.21	- 0°.58	- 1°.35
$\Delta \delta$	+ 0°.03	- 0°.01	- 0°.15	+ 0°.08	- 0°.04	- 0°.24	+ 0°.67

L'entità degli scarti ( $o - c$ ) rendeva quindi necessario procedere in primo luogo al calcolo delle perturbazioni di Giove assumendo gli elementi [1] come osculatori iniziali, e quindi, eventualmente, procedere al calcolo di un'orbita migliorata del Pianeta; ottenuti i nuovi elementi, appariva infine opportuno spingere il calcolo delle perturbazioni fino all'epoca della nuova opposizione del 1940.

2. *Perturbazioni approssimate di Giove dal 1929 Aprile 22.0 al 1939 Marzo 27.0.* - Il problema numerico che suole porsi in casi del genere di quello trattato si può così brevemente enunciare: determinare un'orbita del Pianeta che, tenendo conto delle perturbazioni pla-

(1) Cfr. *Kleine Planeten*, Jahrgang 1929, Berlin, pag. 97.

netarie, rappresenti le osservazioni di 10-20 anni a meno di  $0^{\circ}.03$  in  $\alpha$  e in  $\delta$ . In generale, sarà sufficiente allo scopo calcolare le perturbazioni del solo Giove, e queste in modo approssimato, a partire da una buona orbita iniziale, e migliorare quindi l'orbita stessa con buone osservazioni scelte una in ciascuna delle opposizioni che si hanno a disposizione nel periodo considerato. Il problema numerico così precisato sarà risolto per il Pianeta 747 Winchester nel periodo che va dal 1929 al 1939.

Per il calcolo delle perturbazioni ho adottato il metodo classico della variazione degli elementi ellittici, valendomi però di tabelle numeriche ausiliarie pubblicate dallo STRACKE <sup>(1)</sup>, assai utili in calcoli del genere. La dichiarata approssimazione da raggiungere nella rappresentazione delle osservazioni, impone che le perturbazioni degli elementi  $i$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $M_0$ ,  $\varphi$  siano calcolate in modo da *assicurare* la cifra dei centesimi di grado, mentre per il modo medio  $\mu$  occorre assicurare quella dei centesimi di secondo d'arco. Perciò il calcolo dei termini  $\delta i$ ,  $\text{sen } i \cdot \delta \Omega$ ,  $\text{sen } \varphi \cdot \delta \pi$ ,  $\delta L_0$ ,  $\delta \varphi$  da introdurre nelle tabelle di integrazione dovrebbe essere eseguito in unità di  $0^{\circ}.001$ , mentre per  $w \delta \mu$  occorrerebbe giungere a  $0^{\circ}.0001$ , dovendosi anche eseguire una integrazione *doppia* per ottenere il  $\Delta L_{\mu}$  <sup>(2)</sup>. Nella pratica del calcolo però, *ho trovato assai opportuno tenere un decimale di più*, perchè oltre a diminuire con ciò gli errori di arrotondamento, si ha una maggiore tranquillità nelle prove per differenza, indispensabili in tale genere di calcoli. Ecco perchè nella tabella IV di integrazione che sarà data, *le unità sono di  $0^{\circ}.0001$  per tutti gli argomenti, meno che per  $w \delta \mu$  (e relative somme a sinistra) per cui l'unità è di  $0^{\circ}.00001$* . Durante il calcolo ho poi eseguito due correzioni degli elementi osculatori iniziali, e precisamente in prossimità dell'entrata e dell'uscita del Pianeta dalla così detta « zona di vicinanza a Giove ». Il Pianeta rimase in questa zona dal Febbraio del 1933 al Luglio del 1937,

(1) G. STRACKE, *Tafeln zur genährten speziellen Störungsrechnung*, Astronomisches Rechen-Institut, Berlin, 1930. Di queste tabelle ho utilizzato soltanto la 7<sup>a</sup> (Koeffizienten), mentre per le posizioni di Giove (riferite all'equinozio del 1950.0) ho trovato più pratiche le tabelle pubblicate a cura del Nautical Almanac Office: *Planetary co-ordinates for the years 1800-1940*, London, 1933. Per tutti gli altri calcoli ho trovato più conveniente eseguirli direttamente con la macchina, senza valermi delle tabelle ausiliarie richiedenti interpolazioni, e così ho potuto anche tenere una approssimazione un po' maggiore dell'usuale.

(2) Ricordo che  $w$  è l'intervallo temporale in giorni, mentre è:  $\Delta M = \Delta L_0 + \Delta L_{\mu} - \Delta \pi$  ed  $\Delta \omega = \Delta \pi - \Delta \Omega$ , gli altri simboli essendo ben noti.

e pertanto le perturbazioni furono calcolate per intervalli doppi ed interpolazione nel mezzo fino al principio del 1933, e per intervalli semplici dall'inizio del 1933 fino alla fine del calcolo. La seconda delle dette correzioni degli elementi osculatori si è dimostrata necessaria per conservare nel calcolo il dichiarato ordine di approssimazione. Ne è risultato però il lieve inconveniente che gli intervalli temporali  $w$  non si conservano gli stessi per tutta l'estensione della tabella di integrazione (<sup>1</sup>); in questa si avrà perciò:

$$\begin{aligned} w &= 63^d,25675 && \text{dal } 12^\circ \text{ al } 20^\circ \text{ intervallo inclusi.} \\ w &= 64^d,48129 && \text{per il } 21^\circ \text{ intervallo.} \\ w &= 63^d,26741 && \text{dal } 22^\circ \text{ al } 40^\circ \text{ intervallo inclusi.} \\ w &= 71^d,92334 && \text{per il } 41^\circ \text{ intervallo.} \\ w &= 63^d,42308 && \text{dal } 42^\circ \text{ al } 61^\circ \text{ intervallo inclusi.} \end{aligned}$$

Nell'utilizzare le tabelle di integrazione bisogna dunque avere l'avvertenza, una volta calcolato l'ammontare delle perturbazioni con le note regole del calcolo numerico, di *aggiungere* alle quantità ottenute le correzioni a norma della seguente tabella:

TABELLA III.

	$\Delta i$	$\text{sen } i \Delta \Omega$	$\text{sen } \varphi \Delta \pi$	$\Delta L_0$	$\Delta \varphi$	$w \Delta \mu$	$\Delta L_\mu$
	0 <sup>o</sup> .0001	0 <sup>o</sup> .0001	0 <sup>o</sup> .0001	0 <sup>o</sup> .0001	0 <sup>o</sup> .0001	0 <sup>o</sup> .00001	0 <sup>o</sup> .00001
Per una data compresa ne- gli intervalli	1-20	—	—	—	—	—	—
	22-40	—	—	—	—	+ 2	- 7+2.36 $\Delta_1$
	42-61	+ 17	- 26	+ 23	+ 44	+ 52	-292+2.36 $\Delta_1$ +50 $\Delta_2$

$\Delta_1$  = numero degli intervalli *dopo* il 20°;  
 $\Delta_2$  = numero degli intervalli *dopo* il 40°.

Ed ecco in fine le tabelle di integrazione, che, con l'avvertenza dianzi dichiarata, danno l'ammontare delle perturbazioni  $\Delta i$ ,  $\text{sen } i \Delta \Omega$ ,  $\text{sen } \varphi \Delta \pi$ ,  $\Delta L_0$ ,  $\Delta \varphi$ ,  $w \Delta \mu$ , e, con integrazione doppia,  $\Delta L_\mu$ , a partire dal 1929 Aprile 22.0.

(<sup>1</sup>) L'intervallo *semplice*  $w$  corrisponde ad un incremento dell'anomalia media del Pianeta pari a 12°; cambia quindi col cambiare di  $\mu$ . Vi sarà inoltre un « salto » nel raccordo delle tabelle.



Segue Tabella IV.

Intervallo	Data (T. U.)	$\Delta i$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\text{sen } i \cdot \Delta \Omega$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\text{sen } \varphi \cdot \Delta \pi$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta \varphi$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_1$ 0 <sup>o</sup> .00001 $\Sigma \Sigma$	$f$
13	1931 Feb. 13.8	3	100	160	532	353	4621	30
14	Apr. 23.0	2	102	156	580	380	5382	19
15	Giu. 25.3	2	103	151	627	404	6162	- 6
16	Ago. 27.5	2	104	147	671	426	6948	+ 10
17	Ott. 29.8	1	104	145	710	446	7724	30
18	1932 Gen. 1.0	1	104	147	743	463	8470	56
19	Mar. 4.3	1	104	152	769	459	9160	86
20	Mag. 6.6	0	104	157	786	516	9764	114
21	Lag. 8.8	0	105	162	793	545	10254	129
22	Set. 11.3	0	106	165	798	570	10615	114
23	Nov. 13.6	+0	106	171	772	585	10862	+ 59

Segue Tabella IV.

Intervallo	Data (T. U.)	$\Delta i$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$ $f$	sen $i \cdot \Delta \Omega$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$ $f$	sen $\varphi \cdot \Delta \pi$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$ $f$	$\Delta L_0$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$ $f$	$\Delta \varphi$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$ $f$	$\Delta L_{1/2}$ 0 <sup>e</sup> .00001 $\Sigma \Sigma$ $\Sigma$ $f$
24	1983 Gen. 15.8	11    - 1	106    + 0	188    17	748    24	587    - 2	11050    215    - 27
25	Mar. 20.1	+ 8    3	105    1	225    37	723    25	578    + 9	11265    340    125
26	Mag. 22.4	- 1    9	105    + 0	291    66	706    17	564    14	11605    576    286
27	Lug. 24.6	19    18	109    - 4	385    94	706    + 0	555    + 9	12181    901    325
28	Set. 25.9	49    30	123    14	508    123	734    - 28	556    - 1	13082    1309    408
29	Nov. 28.2	95    46	155    32	656    148	803    69	572    16	14391    1786    477
30	1984 Gen. 30.4	156    61	213    58	820    164	916    113	607    35	16177    2293    507
31	Apr. 2.7	229    73	307    94	990    170	1073    157	659    52	18470    2799    506
32	Giu. 5.0	309    80	443    136	1158    168	1274    201	727    68	21269    3284    485
33	Ago. 7.3	386    77	622    179	1315    157	1507    233	802    75	24553    3710    426
34	Ott. 9.5	451    65	844    222	1460    145	1770    263	879    77	28263    4074    364
35	Dic. 11.8	495    44	1101    257	1591    131	2050    280	954    75	32337    4361    287

Segue *Tabella IV.*

Intervallo	Data (T. U.)	$\Delta z$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	sen $i \cdot \Delta \Omega$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	sen $\varphi \cdot \Delta \pi$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta \varphi$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0^{\mu}$ 0 <sup>e</sup> .00001 $\Sigma$
36	1985 Feb. 13.1	513 - 18	1383 282	1712 121	2347 297	1019 65	36698 4566 205
37	Apr. 17.3	499 + 14	1677 294	1827 115	2655 308	1078 59	41264 4696 130
38	Giu. 19.6	452 47	1970 293	1942 115	2976 321	1121 43	45960 4728 - 32
39	Ago. 21.9	375 77	2253 283	2064 122	3307 331	1150 29	50688 4662 + 66
40	Ott. 24.1	273 102	2508 255	2199 135	3642 335	1166 16	55350 4485 177
41	Dic. 26.4	153 129	2727 168	2353 154	3975 333	1170 - 4	59395 4187 298
42	1986 Mar. 8.3	- 24 119	2895 118	2533 197	4296 321	1162 + 8	64022 3746 441
43	Mag. 10.7	+ 95 98	3013 73	2730 201	4576 280	1155 7	67768 3197 549
44	Lug. 13.2	193 71	3086 37	2981 191	4799 155	1154 - 11	70965 2583 614
45	Set. 14.6	264 45	3123 14	3122 168	4954 88	1165 24	73548 1957 626
46	Nov. 17.0	309	3137	3290	5042	1189	75505 1372 585



Segue Tabella IV.

Intervallo	Data (T. U.)	$\Delta i$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta i$ 0 <sup>o</sup> .0001 $f$	sen $i \cdot \Delta \Omega$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	sen $i \cdot \Delta \Omega$ 0 <sup>o</sup> .0001 $f$	sen $\varphi \cdot \Delta \pi$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	sen $\varphi \cdot \Delta \pi$ 0 <sup>o</sup> .0001 $f$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $f$	$\Delta \psi$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta \psi$ 0 <sup>o</sup> .0001 $f$	$\Delta L_{\mu}$ 0 <sup>o</sup> .00001 $\Sigma$	$\Delta L_{\mu}$ 0 <sup>o</sup> .00001 $f$
47	1987 Gen. 19.4	334	25	3189	-2	3423	133	5077	-35	1221	32	76377	494
48	Mar. 23.8	346	12	3137	+2	3518	95	5075	+2	1255	34	77755	373
49	Mag. 26.3	350	4	3135	2	3577	59	5049	26	1279	24	78260	229
50	Lug. 28.7	351	1	3134	+1	3607	30	5021	28	1290	-11	78336	+101
51	Set. 30.1	351	0	3134	-0	3619	12	4998	23	1230	+10	78711	-30
52	Dic. 2.5	351	0	3134	0	3627	8	4986	+12	1255	25	78916	114
53	1988 Feb. 4.0	351	+0	3134	-0	3638	11	4986	$\pm 0$	1224	31	79235	146
54	Apr. 7.4	351	-0	3134	+0	3652	14	5000	-14	1192	32	79700	150
55	Giu. 9.8	350	1	3134	0	3666	14	5026	26	1163	29	80315	130
56	Ago. 12.2	348	2	3134	$\pm 0$	3679	13	5062	36	1137	26	81060	103
57	Ott. 14.7	345	3	3135	-1	3690	11	5104	42	1114	23	81908	75
58	Dic. 17.1	341	4	3137	2	3699	9	5153	49	1091	23	82331	55

Segue Tabella IV.

Intervallo	Data (T. U.)	$\Delta i$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	sen $i \cdot \Delta \Omega$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	sen $\varphi \cdot \Delta \pi$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta \varphi$ 0 <sup>e</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_\mu$ 0 <sup>e</sup> .00001 $\Sigma \Sigma$	$f$
59	1989 Feb. 18.5	5 336	3 3140	9 3708	54 5207	24 1067	83809 1015	37
60	Apr. 22.9	5 331	5 3145	9 3717	58 5265	24 1043	84824 1037	22
61	Giu. 25.4	5 326	7 3152	10 3727	61 5326	25 1018	85861 1047	-10
	Ago. 27.8	-5 +321	-8 -3160	+12 +3739	-64 -5390	+25 -993	-86908 -1046	+1

3. *Confronto dell'orbita perturbata con le osservazioni.* - L'ammontare delle perturbazioni fino alle varie epoche delle osservazioni della tabella I, e gli elementi ellittici *osculatori alle stesse epoche* sono dati dalla tabella V (ove il decimale di più è stato soppresso).

TABELLA V.

	1	2	3	4	5	6	7
$\Delta M$	+0°.001	-0°.170	-0°.238	-0°.531	-1°.206	-1°.965	-2°.458
$\Delta \varphi$	0°.000	-0°.040	-0°.059	-0°.062	-0°.106	-0°.116	-0°.107
$\Delta \mu$	+0".004	-0".446	-0".112	-1".385	-2".646	-1".786	-0".548
$\Delta \omega$	-0°.001	+0°.078	+0°.085	+0°.332	+1°.036	+1°.785	+2°.115
$\Delta \Omega$	0°.000	-0°.033	-0°.034	-0°.078	-0°.512	-0°.976	-1°.018
$\Delta i$	0°.000	+0°.001	+0°.001	-0°.018	-0°.050	+0°.011	+0°.035
$\Delta \log_{10} a$	0.00000	+0.00019	+0.00005	+0.00059	+0.00118	+0.00076	+0.00028
$M_0$	124°.564	279°.760	20°.804	104°.929	181°.273	257°.913	90°.727
$\varphi$	20°.029	19°.989	19°.970	19°.967	19°.923	19°.913	19°.922
$\mu$	682".935	682".485	682".819	681".546	680".285	681".145	682".388
$\omega$	272°.626	272°.704	272°.711	272°.958	273°.665	274°.411	274°.741
$\Omega$	131°.994	131°.961	131°.960	131°.916	131°.482	131°.018	130°.976
$i$	18°.112	18°.113	18°.113	18°.094	18°.062	18°.123	18°.147
$\log_{10} a$	0.47709	0.47728	0.47714	0.47768	0.47822	0.47785	0.47732

Tutti gli elementi sono eclitticali, riferiti all'equinozio 1950.0.

Con questi *elementi perturbati* le osservazioni della tabella I risultano così rappresentate:

TABELLA VI.

N.	1	2	3	4	5	6	7
$\cos \delta \cdot \Delta z$	-0°.09	+0°.14	+0°.14	-0°.09	-0°.08	+0°.01	-0°.18
$\Delta \delta$	+0°.03	+0°.00	+0°.04	+0°.01	+0°.01	+0°.00	+0°.03

L'andamento di questi scarti ( $o - c$ ), mostra chiaramente che le perturbazioni sono state calcolate con approssimazione più che sufficiente, ed anche che l'orbita osculatrice di partenza è una buona orbita; non però sufficiente per rappresentare, nei limiti prestabiliti, le osservazioni *anche* per il periodo 1929-1939. Un miglioramento dell'orbita si rendeva perciò necessario.

4. *Miglioramento dell'orbita; nuovi elementi orbitali.* - Per il miglioramento dell'orbita ho seguito il *metodo di Tietjen*, col quale vengono corretti in un primo momento, ed indipendentemente, i quattro elementi orbitali  $\mu, \varphi, \omega, M_0$ , e in un secondo tempo  $\Omega$  ed  $i$  <sup>(1)</sup>. È stato sufficiente seguire il procedimento « approssimato », mentre per  $\Omega$  ed  $i$  non è stato necessario apportare correzione alcuna. Dò qui le sette *equazioni di condizione* ottenute, nelle quattro correzioni incognite  $d\mu, d\varphi, d\omega$  e  $dM_0$ , avvertendo che nei coefficienti e termini noti ho conservato un decimale di arrotondamento di più di quelli che l'approssimazione del calcolo richiedeva.

$$\begin{array}{r}
 [2] \\
 - 0.001 d\mu \quad + 1.206 d\varphi \quad + 1.319 d\omega \quad + 0.789 dM_0 \quad = - 0.092 \\
 + 0.278 \text{ »} \quad - 2.497 \text{ »} \quad + 1.457 \text{ »} \quad + 1.226 \text{ »} \quad = + 0.132 \\
 + 1.243 \text{ »} \quad + 2.878 \text{ »} \quad + 1.764 \text{ »} \quad + 3.319 \text{ »} \quad = + 0.147 \\
 + 0.461 \text{ »} \quad + 1.731 \text{ »} \quad + 1.370 \text{ »} \quad + 0.926 \text{ »} \quad = - 0.088 \\
 + 0.416 \text{ »} \quad - 0.027 \text{ »} \quad + 1.301 \text{ »} \quad + 0.680 \text{ »} \quad = - 0.075 \\
 + 0.690 \text{ »} \quad - 1.813 \text{ »} \quad + 1.376 \text{ »} \quad + 0.952 \text{ »} \quad = + 0.011 \\
 + 1.060 \text{ »} \quad + 2.109 \text{ »} \quad + 1.383 \text{ »} \quad + 1.052 \text{ »} \quad = - 0.179
 \end{array}$$

(1) Cfr. ad esempio G. STRÄCKE, *Bahnbestimmung* ecc., pag. 304 ss.

Credo inutile riportare le *equazioni normali* che si ottengono da questo sistema, e mi limito a dare le trovate correzioni per gli elementi iniziali [1]:

$$\begin{aligned}
 [3] \quad d\mu &= -0''.102 \\
 d\varphi &= -0^\circ.046 \\
 d\omega &= -0^\circ.122 \\
 dM_0 &= +0^\circ.184
 \end{aligned}$$

ed infine i *nuovi elementi ellittici perturbati* osculatori alle epoche delle osservazioni della tabella I:

TABELLA VII.

	1	2	3	4	5	6	7
to	1929 Apr. 18.0	1931 Lug. 16.0	1932 Dic. 30.0	1934 Mar. 20.0	1935 Apr. 30.0	1936 Giu. 11.0	1939 Mar. 27.0
Mo	124°.748	279°.921	20°.950	105°.062	181°.395	258°.023	90°.808
$\varphi$	19°.963	19°.943	19°.924	19°.921	19°.887	19°.867	19°.876
$\mu$	682'.833	682''.383	682'.717	681''.444	680''.183	681''.043	682''.281
$\omega$	272°.503	272°.582	272°.589	272°.836	273°.543	274°.289	274°.619
$\Omega$	131°.991	131°.961	631°.960	131°.916	181°.432	131°.018	130°.976
i	18°.112	18°.113	18°.113	18°.094	18°.062	18°.123	18°.147

Tutti gli elementi sono eclitticali, riferiti all'equinozio 1950.0. Va da sè che, per la piccola entità delle correzioni [3], le perturbazioni già calcolate possono ritenersi valide, nella approssimazione dichiarata, anche per i nuovi elementi.

5. *Confronto dell'orbita migliorata e perturbata con le osservazioni.* - Per un confronto dei nuovi elementi ellittici perturbati con le osservazioni, un calcolo a 4 decimali è sufficiente; dò però, con 5 decimali, le costanti per il calcolo delle effemeridi nelle varie opposizioni considerate (equinozio 1950.0).

TABELLA VIII.

	1	2	3	4	5	6	7
$e$	0.341 74	0.341 09	0.340 77	0.340 72	0.340 17	0.339 84	0.339 99
$\cos \varphi$	0.939 79	0.940 03	0.940 15	0.940 16	0.940 37	0.940 48	0.940 43
$a$	3. 00 00	3. 00 13	3. 00 03	3. 00 41	3. 00 78	3. 00 53	3. 00 16
$P'_x$	+ 0.676 49	+ 0.675 91	+ 0.675 84	+ 0.673 41	+ 0.669 95	+ 0.665 98	+ 0.662 29
$P'_y$	+ 0.736 18	+ 0.736 73	+ 0.736 80	+ 0.739 06	+ 0.742 23	+ 0.745 82	+ 0.749 10
$P'_z$	- 0.019 25	- 0.019 01	- 0.018 97	- 0.017 59	- 0.015 40	- 0.014 65	- 0.013 50
$Q'_x$	- 0.699 26	- 0.699 78	- 0.699 86	- 0.702 22	- 0.705 13	- 0.708 08	- 0.711 86
$Q'_y$	+ 0.650 31	+ 0.649 67	+ 0.649 60	+ 0.646 90	+ 0.642 66	+ 0.638 21	+ 0.634 37
$Q'_z$	+ 0.296 83	+ 0.297 02	+ 0.297 03	+ 0.297 30	+ 0.299 60	+ 0.302 14	+ 0.302 46

Ed ecco infine la rappresentazione delle osservazioni:

TABELLA IX.

N.	1	2	3	4	5	6	7
$\cos \delta \cdot \Delta \alpha$	- 0°.02	+ 0°.02	- 0°.01	+ 0°.03	- 0°.01	- 0°.01	- 0°.00
$\Delta \delta$	+ 0°.01	+ 0°.02	- 0°.00	- 0°.02	- 0°.02	+ 0°.00	- 0°.00

Nessuno degli scarti ( $o - c$ ), supera il limite di  $0°.03$  prestabilito in linea di massima; l'orbita perturbata della tabella VII risolve perfettamente il problema numerico che mi sono proposto all'inizio del paragrafo 2 (1).

6. *Perturbazioni approssimate di Giove dal 1939 Marzo 27.0 al principio del Novembre 1940.* - L'opportunità di avere un'orbita che fosse osculatrice per l'epoca della prossima opposizione del Pianeta, mi ha indotto a proseguire il calcolo delle perturbazioni approssimate di Giove fino a quasi tutto l'anno 1940. I criteri seguiti per questa parte del calcolo sono gli stessi di quelli dichiarati nel paragrafo 2; si intende che come elementi osculatori iniziali sono stati assunti quelli migliorati osculatori per il 1939 Marzo 27.0, dati nell'ultima colonna della tabella VII.

Ecco ora la tabella di integrazione (tabella X) per le nuove perturbazioni, l'intervallo  $w$  essendo:

$$w = 63^d,31696$$

(1) Il prof. G. STRACKE, al quale ha comunicato i risultati di questa ricerca, ha ben voluto confermarmi la buona riuscita del mio lavoro.

TABELLA X.

Intervallo	Data (T. U.)	$\Delta z$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\text{sen } z \cdot \Delta z$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\text{sen } z \cdot \Delta z$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\text{sen } z \cdot \Delta z$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$	$\Delta L_0$ 0 <sup>o</sup> .0001 $\Sigma$
1	1988 Dic. 17.8	+ 4	+ 3	- 2	+ 9	+ 59	- 49	+ 28	- 39	+ 38	- 54	- 39
2	1989 Feb. 19.1	$\pm 0$	$\pm 0$	3	8	+ 4	55	24	1	+ 1	37	1
3	Apr. 23.4	- 5	- 5	5	9	- 54	58	24	0	- 20	21	0
4	Giù. 25.7	10	12	7	10	115	61	25	20	29	- 9	20
5	Ago. 27.0	15	20	8	12	178	63	25	49	28	+ 1	49
6	Ott. 30.4	19	30	10	14	242	64	25	77	- 17	11	77
7	1940 Gen. 1.7	22	42	12	17	306	64	24	94	+ 2	19	94
8	Mar. 5.0	24	55	13	19	371	65	22	92	28	26	92
9	Mag. 7.3	24	68	13	22	435	64	20	64	61	33	64
10	Lug. 9.6	28	82	14	24	499	64	18	- 3	101	40	- 3
11	Set. 10.9	20	96	14	25	561	62	15	+ 98	147	46	+ 98
	Nov. 13.2	- 16	- 109	- 13	+ 27	- 622	- 61	+ 12	+ 245	+ 200	+ 53	+ 245
					+ 178							



L'ammontare delle perturbazioni a partire dal 1939 Marzo 27.0 fino al 1940 Giugno 8.0 (data questa scelta per comodità cadendo quasi nel mezzo di un intervallo, e non troppo posteriore all'epoca dell'opposizione) è il seguente:

$$\begin{aligned}
 [4] \quad \Delta M &= -0^{\circ}.074 & \Delta \omega &= +0^{\circ}.052 \\
 \Delta \varphi &= +0^{\circ}.016 & \Delta \Omega &= -0^{\circ}.022 \\
 \Delta \mu'' &= +0''.035 & \Delta i &= -0.002 \\
 \Delta \log_{10} a &= -0.00001
 \end{aligned}$$

Aggiungendo queste perturbazioni agli elementi ellittici osculatori per il 1939 Marzo 27.0, ho ottenuto gli elementi che seguono, utili per la ricerca del Pianeta nel 1940 e negli anni immediatamente successivi:

*Epoca ed osculazione: 1940 Giugno 8.0*

$$\begin{aligned}
 [5] \quad \left. \begin{array}{ll} M = 173^{\circ}.935 & \omega = 274^{\circ}.671 \\ \varphi = 19^{\circ}.892 & \Omega = 130^{\circ}.954 \\ \mu = 682'.316 & i = 18^{\circ}.145 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Eclittica} \\ 1950.0 \end{array} \\
 \log a = 0.47734; \quad a = 3.0015
 \end{aligned}$$