ACTA
Vol. III - N. 8

CONTRIBUTO ALLA TEORIA DELLE TRAVI INFLESSE IN STATO DI COAZIONE (*)

(Con una figura)

GUSTAVO COLONNETTI
Accademico Pontificio

SVMMARIVM. — Primum exponitur methodus computandi omnino generaliter statum coactionis intrabibus ex coagmento armato, quarum fultura antea arrecta sit.

È noto che la nuova tecnica del cemento armato tende alla eliminazione degli sforzi di trazione nel calcestruzzo.

Ora, nel caso delle travi semplicemente inflesse, questa eliminazione si può evidentemente ottenere nel modo più semplice sottoponendo il calcestruzzo ad una conveniente compressione assiale mediante la messa in tensione preventiva delle armature longitudinali (1).

Ma se il momento flettente è accompagnato da uno sforzo di taglio, la semplice compressione assiale non è più sufficiente; essa determina bensì una riduzione, spesso cospicua, nella intensità degli sforzi di trazione, ma non li elimina.

La eliminazione, nel caso della trave sollecitata a flessione e taglio, si ottiene soltanto mediante l'introduzione di stati di coazione più complessi, quali si possono realizzare mediante la messa in tensione preventiva di un duplice sistema di armature (longitudinali e trasversali).

(*) Nota presentata il 10 agosto 1939.

(1) G. COLONNETTI, *Le rôle des états de coaction élastique dans la technique des constructions*. Conferenza tenuta alla Sorbona il 9 giugno 1939, e pubblicata a cura del « Centro del Consiglio Nazionale delle Ricerche per gli studi sui materiali da costruzione » (R. Politecnico di Torino).

Le brevi considerazioni che seguono hanno per iscopo di precisare — nei limiti e coi metodi della teoria approssimata nelle travi inflesse — le condizioni a cui questi stati di coazione debbono soddisfare.

Consideriamo, nell'interno di una trave, un elemento di volume e precisamente un prismetto triangolare infinitesimo, limitato:

1) dalla sezione trasversale di quota z;

2) dalla sezione longitudinale che interseca la prima in corrispondenza della corda di quota y;

3) da una sezione obliqua qualunque, parallela alla corda e vicinissima ad essa.

Dette dy, dz, ds le larghezze delle tre faccie del prismetto, ed assunta l'area della prima di esse come area unitaria, noi converremo di caratterizzare le tensioni interne relative a ciascuna faccia colle loro componenti normali e tangenziali (che denoteremo al solito colle lettere σ e τ) ammettendo che queste ultime siano ovunque dirette normalmente alla corda ed uniformemente distribuite lungo di essa [1].

In queste condizioni il problema dell'equilibrio del prismetto si riduce notoriamente ad un problema piano, e la sua soluzione dipende dalla chiusura della poligonale costituita:

1) dai due vettori rappresentanti (in grandezza direzione e senso) la tensione normale σ_z e la tensione tangenziale τ_{zy} operanti sulla faccia trasversale del prismetto;

2) dai due vettori rappresentanti (in grandezza direzione e senso) la tensione normale $\sigma_y \dfrac{dz}{dy}$ e la tensione tangenziale $\tau_{yz} \dfrac{dz}{dy}$ operanti sulla faccia longitudinale;

3) dai due vettori rappresentanti (in grandezza direzione e senso) la tensione normale $\sigma_n \dfrac{ds}{dy}$ e la tensione tangenziale $\tau_{ns} \dfrac{ds}{dy}$ operanti sulla faccia obliqua.

Ora, quando son dati il momento flettente e lo sforzo di taglio nella sezione trasversale della trave, nonchè le caratteristiche dello stato di coazione a cui questa è soggetta, le σ_z, σ_y, $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ sono da

---

[1] Circa la portata di queste ipotesi, vedi: G. Colonnetti, *La statica delle costruzioni*, vol. I, Torino, «U. T. E. T.», 1928, pag. 192 ss.

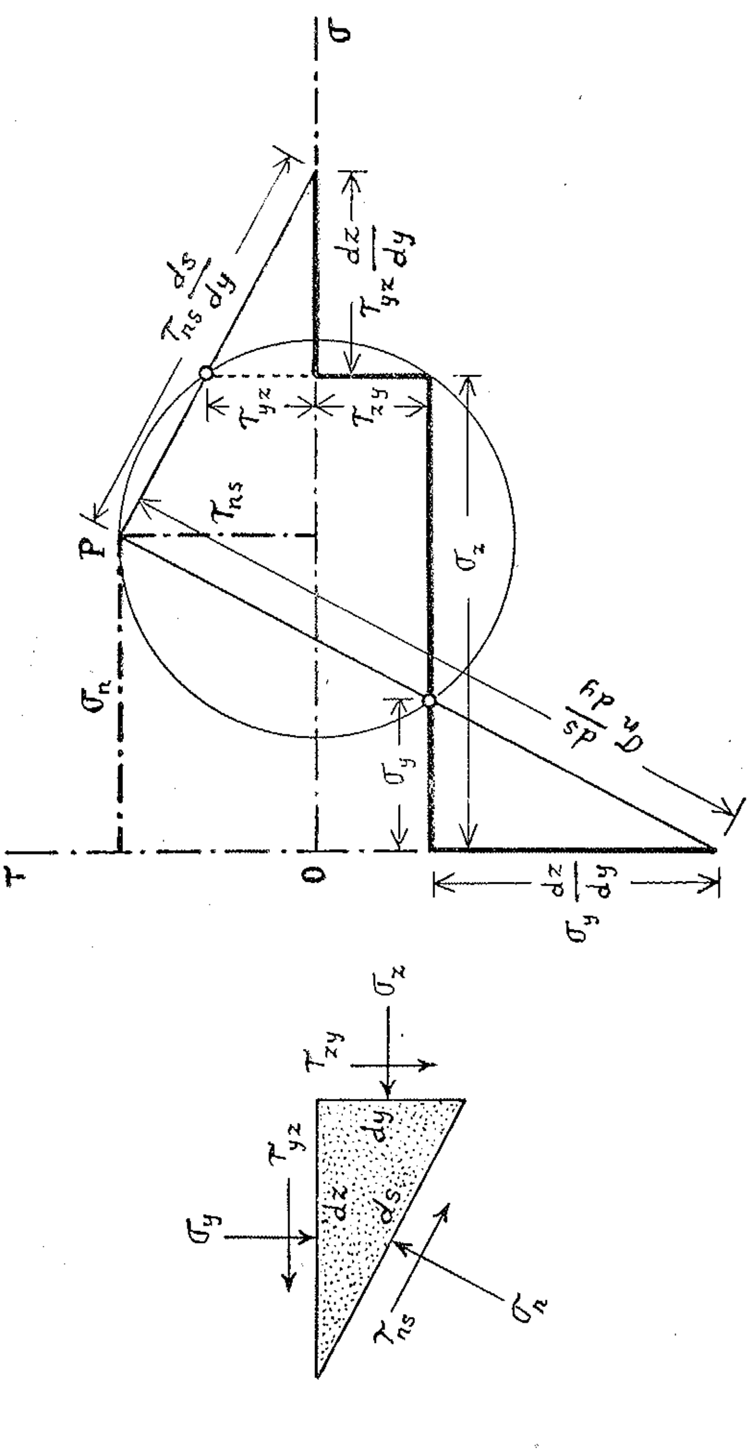

FIG. 1.

considerarsi come note. La poligonale delle forze riesce per conseguenza, in ciascun caso concreto, completamente determinata.

Inoltre, al variare della giacitura della sezione obliqua, detta poligonale presenta due punti fissi — quelli contrassegnati in figura con due cerchietti — ed un vertice mobile P che descrive la circonferenza avente per diametro la congiungente di quei due punti fissi.

Accade poi ancora che i valori unitari della tensione normale σ_n e della tensione tangenziale τ_{ns} operanti sulla faccia obliqua, sono misurati dalle coordinate di questo punto P rispetto a due assi ortogonali fissi σ e τ.

Così stando le cose, la condizione necessaria e sufficiente perchè σ_n si mantenga sempre dello stesso segno è semplicemente questa: che la circonferenza luogo dei punti P stia tutta da una parte dell'asse delle τ.

E si traduce analiticamente così:

$$\frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_y) \geqslant \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^{\,2}}$$

o, riducendo:

$$\sigma_z \sigma_y \geqslant \tau_{zy}^{\,2}$$

Questa relazione definisce la grandezza della compressione trasversale σ_y che si deve introdurre (insieme alla compressione longitudinale σ_z) se si vuole ottenere la eliminazione degli sforzi di trazione nel calcestruzzo.

Essa mostra come, a parità di sforzo di taglio, tale compressione trasversale possa essere tanto minore quanto maggiore è la compressione longitudinale impressa in vista del momento flettente.

Come caso particolare: nelle sezioni di momento nullo — là dove cioè sussiste il solo sforzo di taglio — le più favorevoli condizioni si potrebbero realizzare adottando due compressioni σ_z e σ_y di grandezza eguale alla tensione tangenziale massima τ_{zy}.

Così si determina, su gli elementi inclinati a 45°, una compressione massima di grandezza doppia. Ciò vuol dire che si potrebbe, in queste condizioni, sollecitare il calcestruzzo ad una tensione tangenziale pari alla metà del carico di sicurezza alla compressione [1].

E questa è una conferma delle cospicue economie di materiale che la nuova tecnica è suscettibile di realizzare.

---

[1] E. Freyssinet, *Une révolution dans les techniques du béton*, Paris, Eyrolles éd., 1939, pag. 69.