

IL PROBLEMA STATICO E COSTRUTTIVO DEL COMPLESSO
DI DUE TUBI FRA LORO ORTOGONALI, SOGGETTI A
SOPRAPRESSIONE E DEPRESSIONE INTERNA, NELLE
GALLERIE AERODINAMICHE A CIRCUITO CHIUSO (*)

(Con cinque figure)

MODESTO PANETTI
Accademico Pontificio

SVMMARIVM. — In aërodynamicis cuniculis interiori pressui obnoxiiis, quorum circuitus sit clausus et quattuor latera habeat, et in quorum angulis palulae exstant quae fluxionem deflectant, duae quaestiones expediendae sunt: altera statica, altera autem aedificatoria.

De utraque agit Auctor.

Priorem tractat, computans sollicitationem qua subiciuntur anuli elliptici quibus finitima segmenta inter se connectuntur, quique habentur ut fulera totam structuram sustinentia.

Ad alteram quaestionem solvendam, A. ad armatum caementum, quod antea compressum sit, attendit, sumens cuniculum consistere debere etiamsi interior pressus nimius sit vel nimis parvus, et armaturarum genera diversae formae diversaeque materiae singillatim perpendens.

PARTE PRIMA

PROBLEMA STATICO DELL'ANELLO ELLITTICO DI INTERSEZIONE

Il problema si presenta nei canali del vento, con circuito chiuso secondo i lati di un rettangolo, costituenti le gallerie aerodinamiche per le prove su modelli, in quanto per esse non si adottano raccordi fra i tronchi quasi cilindrici ad angolo retto, percorsi dalla corrente. La soprapressione è adottata come mezzo per elevare il numero di REYNOLDS corrispondente alle dimensioni del modello ed alla velocità della corrente. Si riduce così il divario fra le condizioni della prova e quelle di esercizio dell'aeromobile in vera grandezza.

(*) Nota presentata il 6 marzo 1951.

POSIZIONE GEOMETRICA DEL PROBLEMA. — Riferito il gomito a 3 assi x ed y , coincidenti con gli assi dei corpi cilindrici di raggio R saldati insieme, e z normale ad essi, la linea intersezione è una ellisse di semiassi R , parallelo a z , ed $R\sqrt{2}$ parallelo ad u a 45° con x e con y (fig. 1).

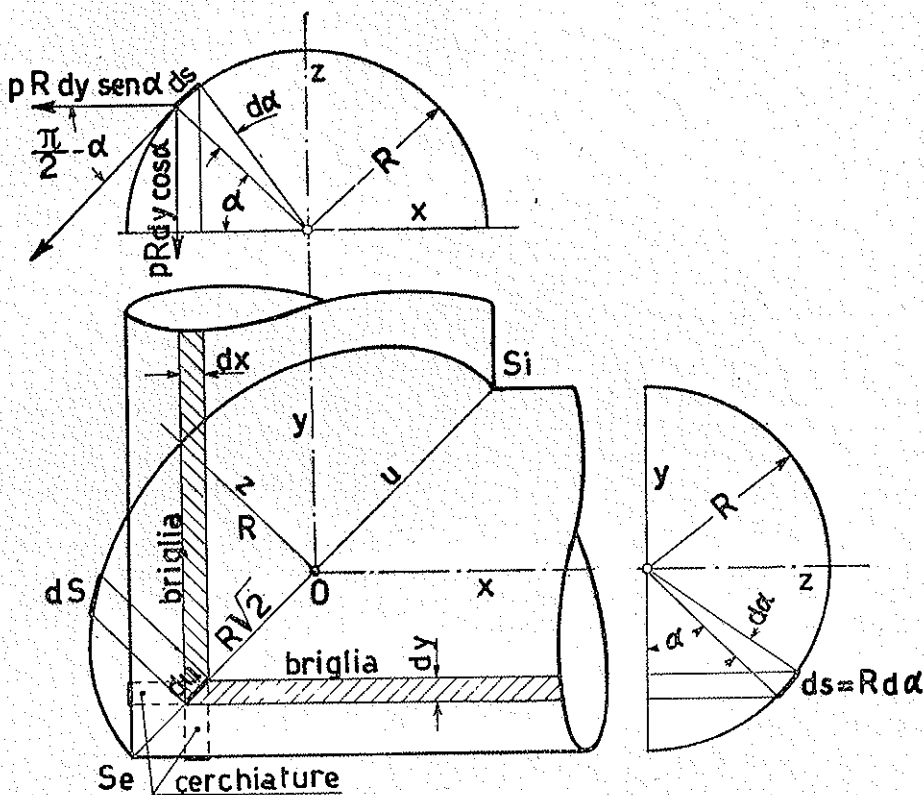


FIG. 1.

La sua equazione è quindi:

$$[1] \quad z^2 + \frac{1}{2} u^2 = R^2$$

e si può assumere come equazione dell'asse geometrico dell'anello $S_e S_i$ ellittico di collegamento dei due tronchi cilindrici, nella ipotesi di pareti sottilissime.

Tale anello è sostegno dei perni delle pale deviatrici della corrente nel canale, la cui azione di irrigidimento dell'anello, viene, in un primo tempo, trascurata.

Assumiamo come parametro di posizione l'angolo α che, in ciascuna delle due sezioni circolari di raggio R , i piani diametrali dei due corpi cilindrici, contenenti le generatrici che si tagliano nei punti dell'ellisse, formano col piano xy di riferimento.

Per il cilindro di asse x l'angolo α si conta dalla direzione $-y$; per quello di asse y dalla direzione $-x$. Quindi l'angolo α cresce per entrambi i cilindri da zero a π , passando dallo spigolo esterno allo interno del gomito.

Gli elementi corrispondenti delle circonferenze sezioni dei corpi cilindrici sono dunque

$$ds = R d\alpha;$$

quello dell'ellisse è

$$[2] \quad dS = ds \sqrt{1 + \operatorname{sen}^2 \alpha},$$

come si deduce subito osservando che i due elementi hanno la stessa proiezione verticale dz , mentre alla proiezione orizzontale dx dell'elemento ds corrisponde la $du = \sqrt{2} dx$ dell'elemento dS .

Se ora sulla parete del gomito isoliamo la striscia compresa fra due piani paralleli al piano xz distanti fra loro dy , tale striscia risulterà di 2 parti; l'una appartenente al cilindro di asse x e di raggio R , per la quale si ha

$$[3] \quad dy = R d\alpha \operatorname{sen} \alpha$$

l'altra appartenente al cilindro di asse y con direttrice circolare limitata all'arco di angolo al centro 2α sinmetrico rispetto al piano xy .

Tale striscia presenta in generale un punto angoloso in corrispondenza della saldatura fra l'elemento ad asse rettilineo del cilindro x e quello circolare del cilindro y , il quale ha nel suddetto punto la tangente inclinata dell'angolo $\pi/2 - \alpha$ rispetto all'asse x . Per $\alpha = \pi/2$ i due tronchi della striscia si saldano con tangente comune, parallela ad x .

Una analoga striscia si può isolare con due piani vicinissimi, paralleli al piano zy e distanti dx .

Diremo *corrispondenti* le striscie che si incrociano sullo stesso elemento dS della ellisse intersezione.

POSIZIONE STATICA DEL PROBLEMA. — Materializziamo la coppia di striscie sopra definite come elementi della parete resistente del gomito. Ciascuno di essi risulterà di due *briglie* coincidenti coi tronchi rettilinei e due *cerchiature* coincidenti coi tronchi ad arco di cerchio, che si incrociano e si saldano sull'anello ellittico. Supporremo uniforme lungo il perimetro $2\pi R$ la ripartizione della spinta $\pi R^2 p$ del corrispondente cilindro, indicando con p l'eccesso della pressione interna sulla esterna. Ne risulta la tensione per unità di lunghezza $pR/2$, e quindi, per l'arco elementare $R d\alpha = dy/\text{sen } \alpha$, la forza

$$[4] \quad \frac{pR}{2 \text{sen } \alpha} dy ,$$

diretta secondo la briglia, nel senso del semiasse $+x$.

Contemporaneamente l'elemento arcato della striscia (cerchiatura) sarà soggetto alla tensione assiale $pR dy$, essendo la circonferenza di raggio R la curva funicolare della pressione p normale ad essa.

Tale tensione nel punto di ancoramento sull'anello ellittico si seompona nelle componenti

$$[5] \quad pR dy \text{sen } \alpha \quad pR dy \text{cos } \alpha$$

rispettivamente parallela e normale alla [4].

La [4] e la prima delle [5] sono in opposizione e quindi la loro differenza

$$[6] \quad pR dy \left(\frac{1}{2 \text{sen } \alpha} - \text{sen } \alpha \right) = pR^2 d\alpha \left(\frac{1}{2} - \text{sen}^2 \alpha \right)$$

è la forza applicata ad ogni elemento dS dell'anello nella direzione di ciascun cilindro, positiva verso l'interno del gomito.

La somma delle [6] eseguita per il mezzo anello, limitato al piano diametrale xy , integrando da $\alpha=0$ ad $\alpha=\pi$, è uguale a zero, cioè il mezzo anello ellittico è in equilibrio, poichè la spinta verso l'esterno del gomito trasmessa dalle cerchiature di ritenuta dell'unghia cilindrica di asse y è compensata dalla trazione delle briglie, che tappezzano la superficie cilindrica di asse x , come deve essere, per il fatto che le briglie o le cerchiature sostituiscono il fasciame del canale, in equilibrio.

Ma poichè una forza identica alla [6] è distribuita con la medesima legge nella direzione y , ed entrambe sono inclinate di 45° sul

piano dell'anello, se ne deduce che nel suo piano in direzione parallela all'asse maggiore, opera il carico orizzontale risultante

$$[7] \quad pR^2 \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} - \operatorname{sen}^2 \alpha \right) d\alpha = pR^2 \frac{\cos 2\alpha}{\sqrt{2}} d\alpha .$$

Riferendo il carico verticale espresso dalla seconda delle [5] all'asse u e quello orizzontale dato dalla [7] all'asse z , si deducono le due espressioni seguenti

$$\frac{dU}{dz} \frac{pu}{2} \quad \frac{dZ}{du} = pR \sqrt{2} \cdot \frac{\frac{1}{2} - \frac{z^2}{R^2}}{\sqrt{1 - \frac{z^2}{R^2}}}$$

che si vedono rappresentate nelle figure 2 e 3.

Il sistema delle forze fin qui considerate operanti sull'anello giace nel suo piano.

Sommando le [7] parallele ad u a partire da $\alpha = 0$, si ottiene

$$[8] \quad U = 0,353 pR^2 \operatorname{sen} 2\alpha$$

come espressione della risultante relativa alla sezione che corrisponde ad un valore generico di α .

Scrivendo le [7] per il valore α_1 del parametro, intermedio fra zero ed α , moltiplicandola per $z - z_1 = R(\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} \alpha_1)$, e integrando rispetto ad α_1 da zero ad α , si deduce

$$[9] \quad M_{au} = \frac{pR^3 \sqrt{2}}{6} (1 - \cos^3 \alpha) ,$$

momento del carico orizzontale fra l'origine e la sezione di parametro α dell'anello rispetto al baricentro della sezione.

Al tempo stesso la seconda delle [5], normale all'asse maggiore, si somma con altra identica trasmessa dalle cerchiature di ritenuta dell'altra unghia cilindrica, dando il carico verticale sul semianello

$$[10] \quad 2pR^2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha d\alpha ,$$

diretto nel senso di $-z$ operante cioè in modo di schiacciare l'anello nella porzione esterna del gomito ($\alpha < \pi/2$) e dilatarlo nella interna ($\alpha > \pi/2$).

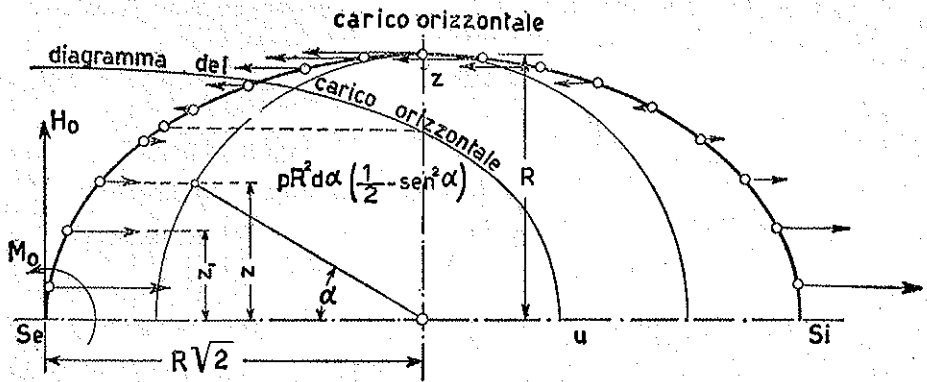


FIG. 2.

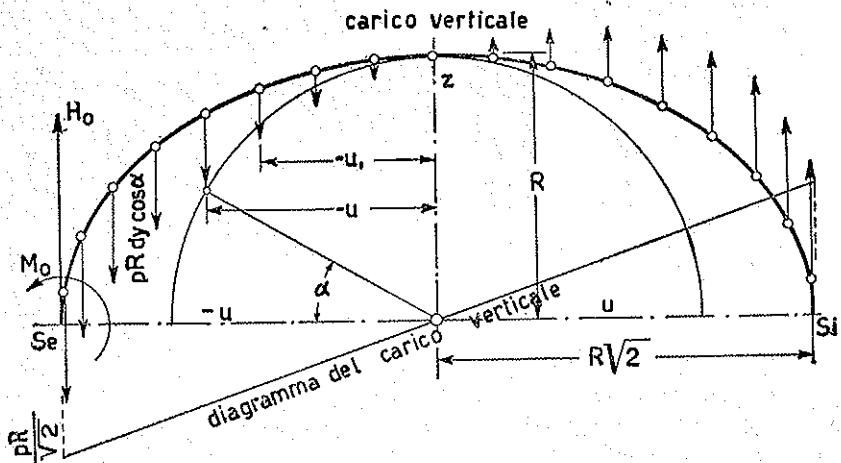


FIG. 3.

Sommando rispetto ad α sempre a partire da zero si ha

$$[11] \quad Z = -p R^2 \operatorname{sen}^2 \alpha,$$

risultante del carico verticale relativo alla sezione generica. Essa pure si annulla per $\alpha = \pi$.

Scrivendo la [10] per il valore α_1 del parametro compreso fra zero ed α , moltiplicandola per

$$u - u_1 = R \sqrt{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha)$$

ed integrando rispetto ad α , da zero ad α , si deduce

$$[12] \quad M_{\alpha z} = \frac{pR^3\sqrt{2}}{3} [2 + \cos^3 \alpha - \cos \alpha]$$

momento di carico verticale fra l'origine e la sezione di parametרו α dell'anello rispetto al baricentro della sezione.

CALCOLO DELLE IPERSTATICHE. - Il calcolo delle sollecitazioni dell'anello dipende da due iperstatiche: il momento di incastro M_0 nella sezione di origine ($\alpha=0$) e lo sforzo assiale H_0 di compressione nella stessa sezione, trasmesso dal semianello inferiore al superiore. La simmetria dei carichi e quella geometrica ci assicurano che la terza iperstatica, cioè la componente secondo l'asse maggiore, è nulla.

Le equazioni risolventi, considerando soltanto le deformazioni dovute al momento flettente M lungo il semianello, sono dunque

$$[13] \quad \int_0^\pi M dS = 0 \quad \int_0^\pi M(R\sqrt{2} - u) dS = 0$$

supposto costante il momento d'inerzia della sezione dell'anello. Esse dicono che la sezione terminale (corrispondente ad $\alpha = \pi$) non ruota, nè si sposta in direzione normale al semiasse maggiore dell'ellisse, se la sezione iniziale è fissa.

Supposta soddisfatta la prima delle [13] la seconda, tenuto presente il valore di u , si riduce a

$$\int_0^\pi M \cos \alpha dS = 0 .$$

Sostituito a dS il suo valore [2] le equazioni di condizione diventano

$$[14] \quad \int_0^\pi M \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \cdot d\alpha = 0 \quad \int_0^\pi M \cos \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} d\alpha = 0 .$$

Per dare la soluzione delle [14] occorre esprimere il momento flettente M in funzione delle iperstatiche M_0 ed H e dei momenti relativi al baricentro della sezione generica dell'anello, dovuti ai carichi orizzontali e verticali, indicato coi simboli $M_{\alpha u}$ ed $M_{\alpha z}$ (formole [9] e [12]).

Si ha

$$M = M_0 - H_0(R\sqrt{2} + u) + M_{\alpha u} + M_{\alpha z} ,$$

supposti sempre positivi i momenti di verso anti orario.

Fatte le sostituzioni e posto

$$M = mpR^3\sqrt{2} \quad M_0 = m_0pR^3\sqrt{2} \quad H_0 = h_0pR^2$$

si deduce

$$[15] \quad m = m_0 - h_0(1 - \cos \alpha) + \frac{1}{6}(1 - \cos^3 \alpha) + \frac{1}{3}(2 + \cos^3 \alpha) - \cos \alpha .$$

Sostituendo nella prima delle [14] dopo averla divisa per $pR^3\sqrt{2}$ si ottiene

$$\left(m_0 - h_0 + \frac{5}{6}\right) \int_0^\pi \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \, d\alpha + (h_0 - 1) \int_0^\pi \cos \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \, d\alpha + \\ + \frac{1}{6} \int_0^\pi \cos^3 \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \, d\alpha = 0 .$$

Ora il 2° ed il 3° integrale sono nulli, mentre il 1° è diverso da zero; si ha quindi

$$[16] \quad h_0 - m_0 = \frac{5}{6} .$$

Dalla seconda delle [14] si deduce

$$(h_0 - 1) \int_0^\pi \cos^2 \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \, d\alpha + \frac{1}{6} \int_0^\pi \cos^4 \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \alpha} \, d\alpha = 0 .$$

Detotti i valori numerici dei due integrali della precedente formula, rispettivamente uguali ad 1,748 ed 1,269 ⁽¹⁾, si ricava $h_0 = 0,879$ e dalla [16] $m_0 = 0,046$, risolvendo così l'iperstaticità del problema.

CALCOLO DELLE SOLLECITAZIONI. - Dalla [15] combinata con la [16] si deduce l'espressione del momento flettente in funzione del parametro α

$$[17] \quad m = \frac{M}{pR^3\sqrt{2}} = (h_0 - 1) \cos \alpha + \frac{1}{6} \cos^3 \alpha .$$

(1) L'Istituto per le applicazioni del calcolo del C. N. R. ha cortesemente segnalato allo scrivente che i tre integrali delle formole risolventi si esprimono per mezzo degli integrali ellittici completi di 1ª e di 2ª specie, dandone i valori numerici.

Finalmente, sommando h_0 con $\frac{Z}{pR^2}$ dato dalla [11], si deduce il valore della componente verticale della risultante relativa alle diverse sezioni

$$[18] \quad h = h_0 - \text{sen}^2 \alpha ,$$

mentre la [8] ne dà la componente orizzontale

$$[19] \quad t = \frac{U}{pR^2} = 0,353 \text{ sen } 2\alpha .$$

Il seguente prospetto riassume i valori adimensionali delle due componenti h e t della risultante e del momento flettente m nelle sezioni dell'anello

per $\alpha =$	0°	10°	20°	30°	40°	45°
100 $h =$	88	85	76	63	47	38
100 $t =$	0	12	23	31	35	35
100 $m =$	4,6	4,0	2,4	0,31	-1,8	-2,66
per $\alpha =$	50°	60°	70°	80°	90°	
100 $h =$	29	13	0	-9	-12	
100 $t =$	35	31	23	12	0	
100 $m =$	-3,35	-4,0	-3,5	-2,0	0	

Per gli angoli supplementari del 2° quadrante h ha i medesimi valori, t e m cambiano soltanto di segno.

La risultante relativa a ciascuna sezione taglia sull'orizzontale e sulla verticale, uscenti per il suo baricentro, i seguenti $\frac{m}{h} R\sqrt{2}$ ed $\frac{m}{t} R\sqrt{2}$, a destra e sotto il baricentro, se positivi, nel riferimento adottato. Con essi si traccia la schiera delle successive rette di azione visualizzando il comportamento dell'anello (fig. 4).

È facile vedere che per diametri ragguardevoli del raggio R e per soprapressioni p di un certo valore il cimento a flessione dell'anello sarebbe gravissimo.

All'estremità dell'asse maggiore si ha di fatto

$$M_0 = 0,046 pR^3 \sqrt{2}$$

che, per $R = m. 2,50$ e $p = 2 \text{ kg/cm}^2$, raggiunge il valore di 20000 kg.m.

Ma nei gomiti delle gallerie aerodinamiche si collocano le palette deviatrici per assicurare il deflusso regolare ed uniforme della corrente.

La schiera delle suddette pale allineate entro ciascuno degli anelli ellittici, costituisce una struttura capace di prendere su di sè la maggior parte delle sollecitazioni; in particolare il carico verticale che cimenta a compressione gli assi delle pale situati verso l'esterno

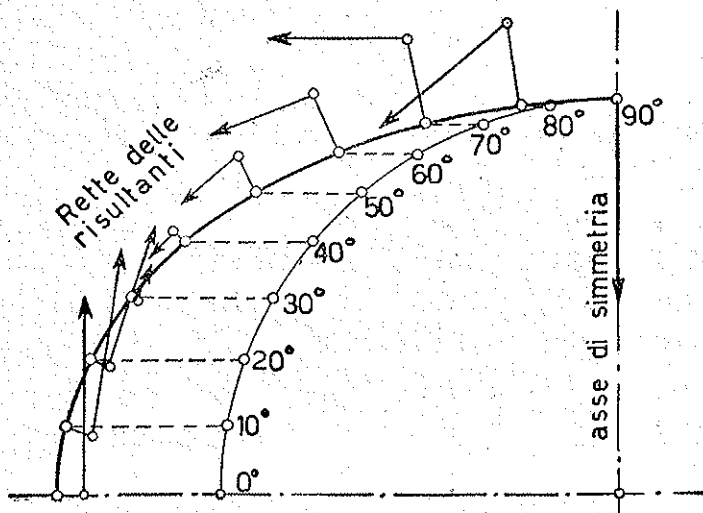


Fig. 4.

del gomito ed a trazione quelli collocati nella parte interna di esso. Il carico orizzontale simmetricamente distribuito rispetto all'asse minore, come risulta dalla [7], che non cambia sostituendo $\pi - \alpha$ ad α può facilmente essere sopportato se gli assi delle pale si incastrano nell'anello.

Naturalmente l'azione direttrice delle pale sulla corrente eccita per reazione un carico dinamico su ciascuna pala uguale alla variazione della quantità di moto, la quale, nella ipotesi della distribuzione uniforme del flusso, è proporzionale alla lunghezza di ciascuna pala cioè all'ordinata dell'ellisse di equazione [1] se le pale della schiera sono equidistanti.

PARTE SECONDA

ESECUZIONE DEL FASCIAME CON CEMENTO PRECOMPRESSO

La struttura resistente di parete, soggetta al cimento longitudinale e periferico espressi dalla [6] e dalla seconda delle [5] della parte prima rispettivamente, può essere costituita da due elementi collaboranti: il conglomerato cementizio ed il ferro dell'armatura. In tal caso è particolarmente raccomandabile l'uso del cemento precompresso per mezzo di un'armatura applicata con forzamento iniziale, ciò per limitare sollecitazioni a trazione nella massa cementizia.

L'effetto del forzamento è tanto più duraturo quanto maggiore è la stagionatura del getto cementizio, che verrà armato leggermente per sopportare le sollecitazioni secondarie del peso proprio.

Di queste non teniamo conto nella trattazione presente, come non conteggiamo le maggiori sollecitazioni che la deviazione della corrente nei gomiti induce nell'armatura longitudinale, e ciò per lasciare in piena luce il fenomeno principale.

Supporremo invece che il canale del vento debba essere utilizzato non solo per una soprapressione p , considerata nei precedenti calcoli, ma anche in depressione, espressa in valore assoluto da $-p_1$, potendo p_1 accostarsi al valore limite di 1 kg/cm^2 , che raggiungerebbe nel caso del vuoto.

L'uso delle gallerie in depressione può di fatto permettere la risoluzione di speciali problemi di aerodinamica, quali quelli che riguardano il volo ad alta quota.

In ogni caso esse costituiscono grandi serbatoi utilizzabili per produrre correnti intermittenti a velocità ipersoniche, utili allo studio di questi moti attraverso a tubi di Venturi, che mettano in comunicazione l'ambiente esterno a pressione atmosferica con la capacità del canale del vento, nel quale sia stato fatto preliminarmente il vuoto.

Il funzionamento in depressione, eccitando sollecitazioni a compressione nel fasciame, tanto in direzione longitudinale, quanto perifericamente, definisce il problema del forzamento, che avrebbe infinite soluzioni possibili, se impostato soltanto nel caso del canale in soprapressione.

CONDIZIONI DELLA RESISTENZA PERIFERICA. — Indicheremo con C e con F le sezioni resistenti del conglomerato cementizio e del ferro dell'armatura periferica di forzamento, entrambe per unità di lunghezza del tubo.

La C è senz'altro lo spessore del fasciame.

Daremo ad F il nome di *densità longitudinale della cerchiatura*.

Diremo *stato di coazione* del getto quello che in esso è provocato dal forzamento, effettuato dopo il suo ritiro di presa, regnando all'interno ed all'esterno del canale la stessa pressione atmosferica.

Dette σ le tensioni unitarie, contraddistinte con gli indici c ed f per i due materiali e con gli apici o nello stato di coazione, 1 nella sollecitazione con sopra pressione esterna, senza apice in quella con sopra pressione interna, si hanno le relazioni seguenti, nelle quali le σ positive corrispondono a sollecitazioni a trazione, e le negative a compressione.

$$[1] \quad \sigma_c^o C + \sigma_f^o F = 0 \qquad [2] \quad \sigma_c C + \sigma_f F = p R$$

$$[3] \quad \sigma_c' C + \sigma_f' F = p_1 R .$$

In oltre il passaggio dallo stato di riposo alla sollecitazione per eccesso di pressione interna, come a quella per eccesso di pressione esterna, deve avvenire in modo che le deformazioni provocate dai due passaggi anzidetti siano uguali in C ed F .

Detto quindi $n = E_f/E_c$ (rapporto dei moduli di elasticità delle due strutture) deve essere

$$[4] \quad \sigma_f - \sigma_f^o = n(\sigma_c - \sigma_c^o) \qquad [5] \quad \sigma_f' - \sigma_f^o = n(\sigma_c' - \sigma_c^o)$$

Fra le precedenti equazioni si eliminano subito σ_f^o e σ_c^o , ottenendo

$$[6] \quad \sigma_f - \sigma_f' = n(\sigma_c - \sigma_c') ,$$

che del resto si può scrivere direttamente, applicando il principio sopra enunciato al passaggio diretto fra i due stati di sollecitazione.

La [6] permette di dedurre σ_f' se sono fissate σ_c , σ_c' , σ_f , che rappresentano i limiti di lavoro dei materiali adoperati.

Le grandezze da determinare si riducono allora a 4 e sono σ_c^o , σ_f^o , C , F .

Abbiamo di fatto a disposizione le prime 4 equazioni.

La [3] è già stata utilizzata per mezzo della [6] che ne è conseguenza, quando si tenga presente la [4].

PROPORZIONAMENTO DELLA STRUTTURA. — Sostituendo nella [3] a σ_f' il suo valore deducibile dalla [6] si ha con essa e con la [2] il sistema di equazioni per il proporzionamento della struttura

$$\sigma_c \frac{C}{R} + \sigma_f \frac{F}{R} = p \quad \frac{C}{R} + n \frac{F}{R} = \frac{p - p_1}{\sigma_c - \sigma_c'}$$

Risulta subito che, per dati valori delle pressioni e tensioni massime ammissibili, C ed F variano proporzionalmente al raggio R del canale.

Si deduce

$$[7] \quad \frac{C}{R} = \frac{(p - p_1) \frac{\sigma_f}{\sigma_c - \sigma_c'} - n p}{\sigma_f - n \sigma_c} \quad \frac{F}{R} = \frac{p - (p - p_1) \frac{\sigma_c}{\sigma_c - \sigma_c'}}{\sigma_f - n \sigma_c}$$

Ora i secondi termini a numeratore ed a denominatore della prima delle [7] sono abbastanza piccoli rispetto ai primi; quindi il rapporto fra lo spessore C del fasciame del canale ed il suo raggio varia poco con la tensione σ_f ammessa nella armatura metallica. Si può cioè prossimamente assumere

$$[8] \quad \frac{C}{R} = \frac{(p - p_1)}{(\sigma_c - \sigma_c')}$$

Supposta la soprapressione p di 2 atmosfere e la depressione $-p_1$ di 1 atmosfera (valore limite) ed attribuiti a σ_c e $-\sigma_c'$ i valori 10 e 30 kg/cm² risulta $C/R = 3/40$.

Di fatto, facendo variare σ_f da 1500 kg/cm² (tondi di ferro omogeneo) a 10000 kg/cm² (fili di acciaio) si passa per C/R da 0,066 a 0,074.

Ha invece sensibile influenza la tensione positiva massima ammessa per il conglomerato cementizio. Se, ad esempio, invece di $\sigma_c = 10$ kg/cm² si ritenesse necessario, per evitare la fessurazione, limitarsi a $\sigma_c = 5$ kg/cm², si avrebbe dalla [8] $1000 C/R = 94$.

Finalmente, come è naturale, col crescere di σ_f da 1500 a 10000, il rapporto $1000 F/R$ diminuisce rapidamente da 0,89 a 0,126.

Riducendo la sollecitazione massima a trazione del conglomerato a 5 kg/cm^2 , con l'armatura metallica in fili di acciaio ($\sigma_r = 10000$) si ha

$$1000 \frac{F}{R} = 0,158 .$$

Si possono pure calcolare le tensioni di forzamento σ_c^0 e σ_r^0 per mezzo delle [1] e [4], dalle quali, posto

$$A = \frac{\sigma_r - n\sigma_c}{n \frac{F}{R} + \frac{C}{R}}$$

si deduce

$$[9] \quad \sigma_c^0 = -A \frac{F}{R} \quad \sigma_r^0 = A \frac{C}{R} .$$

Adottando per C/R ed F/R gli ultimi valori sopra registrati si ottiene

$$\sigma_c^0 = -18,4 \quad \sigma_r^0 = 9776$$

Riassumendo i risultati ottenuti per stabilire un confronto fra le due soluzioni:

con armatura di forzamento in ferro omogeneo

σ_c'	σ_c	σ_r	σ_r'	σ_c^0	σ_r^0	$1000 \frac{C}{R}$	$1000 \frac{F}{R}$
-30	10	1500	1100	-16,6	1230	66	0,89

con armatura di forzamento in filo di acciaio

-30	5	10000	9650	-18,4	9776	94	0,158
-----	---	-------	------	-------	------	----	-------

È lecito concludere che, col secondo tipo, la tensione nell'armatura varia pochissimo passando dallo stato di forzamento a quello di lavoro sia nel regime di soprapressione sia in quello di depressione interna, mentre nel primo tipo tali variazioni sono assai più accentuate.

ARMATURA LONGITUDINALE. - Le equazioni di condizione per il forzamento longitudinale sono identiche a quelle per la resistenza periferica, ove si sostituisca ad R l'area πR^2 della sezione interna del

tubo, e si indichino con (F) e (C) le sezioni totali dell'armatura longitudinale e del tubo in conglomerato cementizio.

Il problema però si presenta in modo alquanto differente, essendo già determinata, col calcolo della resistenza periferica, la sezione anulare del tubo in conglomerato cementizio.

La [2] scritta con le varianti sopra indicate, diventa allora

$$[2'] \quad \sigma'_c \cdot 2\pi R^2 \frac{C}{R} + \sigma_r(F) = p\pi R^2 .$$

Se quindi fissiamo i valori di σ_c e di σ_r , possiamo subito dedurre

$$(F) : \pi R^2 = \frac{p - 2\sigma_c \frac{C}{R}}{\sigma_r}$$

e, introducendo anche per l'armatura longitudinale la *densità* lungo il perimetro

$$F' = \frac{(F)}{2\pi R}$$

si ottiene

$$[7'] \quad \frac{F'}{R} = \frac{p - 2\sigma_c \frac{C}{R}}{2\sigma_r} = \frac{0,227}{1000} \quad \text{ovvero} \quad \frac{0,050}{1000} ,$$

rispettivamente per le due soluzioni già considerate nel precedente numero.

Il rapporto fra la densità longitudinale delle cerchiature F/R e quella periferica delle briglie F/R è dunque prossimo a 4 per l'armatura con ferro omogeneo, ed a 3 per quella in filo di acciaio.

Questo risultato può sembrare in contraddizione con la nota proprietà che in un tubo cilindrico chiuso la sollecitazione periferica è soltanto doppia della longitudinale, mentre qui l'armatura resistente alla prima risulta tripla o quadrupla di quella corrispondente alla seconda.

Ma la divergenza appare subito logica se si osserva che il conglomerato cementizio, collaborante col ferro dell'armatura per resistere alle sollecitazioni, ha, rispetto al cemento longitudinale, una sezione eccessiva, essendo stato proporzionato rispetto al cemento periferico.

Rimangono a determinare le 4 tensioni

$$\sigma_c^0 \quad \sigma_r^0 \quad \sigma'_c \quad \sigma'_r$$

per le quali sono a disposizione le equazioni [1] [3] [4] [6] scritte le prime due, sostituendo F' ad F $p_i/2$ a p_i .

Combinando la [1] con la [4] si deducono quindi le [9] con la sola sostituzione di F' per il calcolo di σ_c^0 e di σ_r^0 .

Finalmente, per il calcolo delle tensioni operanti nella galleria in depressione, basta combinare la [3] con la [6] ossia

$$\sigma'_c \frac{C}{R} + \sigma'_r \frac{F'}{R} = \frac{p_i}{2} \quad \sigma'_r - n \sigma'_c = \sigma_r - n \sigma_c,$$

dalle quali si deduce

$$[10] \quad \sigma'_c = \frac{\frac{p_i}{2} + (n \sigma_c - \sigma_r) \frac{F'}{R}}{\frac{C}{R} + n \frac{F'}{R}} \quad \sigma'_r = \frac{n \frac{p_i}{2} - (n \sigma_c - \sigma_r) \frac{C}{R}}{\frac{C}{R} + n \frac{F'}{R}}.$$

Si ha di conseguenza
per l'armatura in omogeneo

$$\sigma'_c = -11,9 \quad \sigma'_r = 1275$$

per l'armatura in fili di acciaio

$$\sigma'_c = -10,9 \quad \sigma'_r = 9800$$

ARMATURA A MAGLIE ROMBICHE. - Alle armature distinte, con funzione di cerchiature le une e di briglie le altre, si può sostituire una armatura simmetrica con la doppia funzione a maglie rombiche, costituita di barre tutte di ugual sezione e sottoposte tutte allo stesso sforzo di trazione T .

Disponendo le diagonali maggiori dei rombi secondo il perimetro circolare delle sezioni rette del tubo con angolo al vertice 2β e le minori in direzione longitudinale con angolo $\pi - 2\beta$, si rende operante secondo il perimetro lo sforzo $2T \cos \beta$ con passo $2a \sin \beta$

(a è il lato del rombo), quindi la densità longitudinale della cerchiatura, alla quale l'armatura a maglie rombiche equivale, è

$$[11] \quad \frac{T}{a \sigma_r} \cot \beta ;$$

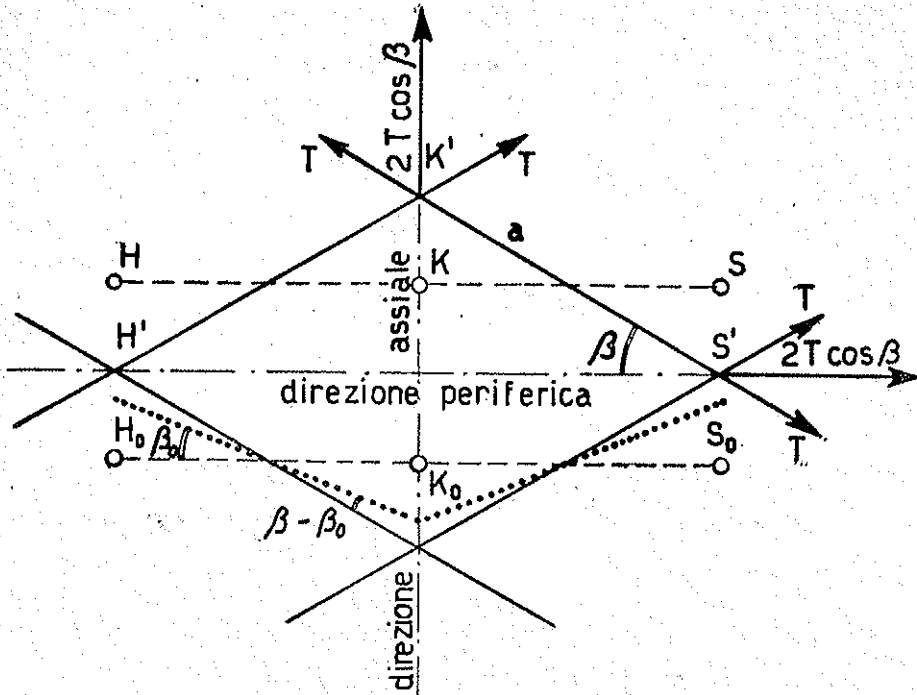


Fig. 5.

analogamente è operante in direzione longitudinale lo sforzo $2T \sin \beta$ con passo $2a \cos \beta$ e vi corrisponde una densità periferica dello imbrigliamento longitudinale equivalente

$$[12] \quad \frac{T}{a \sigma_r} \operatorname{tg} \beta .$$

Il rapporto delle due densità dell'armatura rombica, che indicammo con F/F' nella trattazione precedente, è dunque

$$[13] \quad \frac{F'}{F} = \cot^2 \beta$$

Ricorrendo alla [7] e [7'] si deduce in generale

$$[14] \quad \cot^2 \beta = 2 \frac{p_1 \sigma_c - p \sigma'_c}{p \left(1 + n \frac{\sigma_c}{\sigma_f}\right) (\sigma_c - \sigma'_c) - 2(p - p_1) \sigma'_c}$$

ovvero, per piccoli valori del rapporto $n\sigma_c/\sigma_f$,

$$[14'] \quad \cot^2 \beta = \frac{p_1 \sigma_c - p \sigma'_c}{p_1 \sigma_c - \left(\frac{p}{2}\right) (\sigma_c + \sigma'_c)}$$

che sarebbe indipendente da σ'_f .

Effettivamente la [14'], nel caso dell'armatura in ferro omogeneo per la quale si adottò $\sigma_c = 10$, non è sufficientemente approssimata, e bisogna quindi ricorrere alla [14].

Lo è invece per l'armatura in fili di acciaio, per la quale coi valori più volte citati

$$\sigma_c = 5 \quad \sigma'_c = -30 \quad p = 2 \quad p_1 = -1$$

si ha $\cot^2 \beta = 2,75$ e quindi $\beta = 31^\circ - 10'$ come la figura 5 indica.

L'armatura a maglie rombiche si può creare anche con cerchiature disposte con passo $a \sin \beta$, oppure con un unico filo avvolto secondo un'elica col suddetto passo, accostando a forza (secondo il brevetto Ing. TOURNON) i punti HKS di uno stesso filo, distanziati di $a \cos \beta$, alternativamente alla spira che precede ed a quella che segue, e fissando i fili a contatto in H'K'S' con opportuni legacci.

Però l'allungamento che si deve produrre in ogni tratto lungo $a \cos \beta$ per ottenere che raggiunga la lunghezza a , ossia l'allungamento unitario

$$[15] \quad \frac{1}{\cos \beta} - 1$$

è di gran lunga superiore a quello che i limiti di elasticità definiscono, se l'angolo β deve essere quello dianzi calcolato per ottenere il voluto rapporto fra densità di armatura in direzione longitudinale ed in direzione periferica.

Di fatto uguagliando la [15] allo allungamento elastico σ_f/E , anche supponendo $\sigma_f = 100 \text{ kg/mm}^2$ e sostituendo ai fili di acciaio i cavi

semplici che hanno un modulo di elasticità più basso ($=18000 \text{ kg/mm}^2$) si deduce $\beta_1 = 6^\circ - 35'$ invece di $31^\circ - 10'$.

Bisognerebbe quindi avvolgere il flessibile, senza tensione, secondo una spezzata $H_0 K_0 S_0$ (fig. 5) a lati uguali con angoli al vertice $\pi - 2\beta_0$ avente per linea media l'elica di passo $a \text{ sen } \beta$, e poi generarvi il forzamento, al quale corrisponde l'allungamento elastico unitario σ_f/E sopra calcolato.

La condizione del problema è quindi espressa da

$$\frac{1}{\cos \beta} - \frac{1}{\cos \beta_0} = \frac{\sigma_f}{E}$$

la quale, essendo $\beta - \beta_0$ assai piccola e quindi

$$\cos \beta_0 = \cos \beta + (\beta - \beta_0) \text{ sen } \beta$$

si riduce a

$$\beta - \beta_0 = \frac{\sigma_f}{E} \frac{1}{\text{sen } \beta},$$

che, per il valore sopra ricordato $\beta = 31^\circ - 10'$ dà

$$\beta_0 = \beta - (0^\circ - 38') = 30^\circ - 32'.$$

Se non che la realizzazione di questo forzamento richiederebbe che nel getto cementizio fosse preveduto, in corrispondenza di ogni vertice della spezzata, un infisso sporgente dalla parete cilindrica esterna del getto, sagomato, in modo di offrire l'appoggio al flessibile senza tensione, a piccola distanza dalla parete stessa, e di assicurare il forzamento, nella esatta misura, quando lo si costringesse ad adagiarsi sulla parete, ciò che costituisce una esigenza non compatibile con la tecnica delle costruzioni cementizie.

Appare quindi più pratica la soluzione di tenere distinta la armatura longitudinale, ancorandola agli anelli ellittici dei gomiti studiati nella prima parte di questa nota, anche volendo realizzare il forzamento dell'armatura periferica, costringendola a disporsi secondo la spezzata serpeggiante con la inclinazione definita dall'angolo β , come sopra calcolato, rispetto alla elica media.